

Явіся В.С.Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**Гуйда О.Г.**

Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського

ШЛЯХИ ОТРИМАННЯ ІНФОРМАЦІЇ ДЛЯ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ПРОСТОРОВИМ ПОЛОЖЕННЯМ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ

У статті аналізуються методи управління орієнтацією та стабілізацією малих космічних апаратів (КА), що мають жорсткі обмеження за вагою та габаритами. Для цього проаналізовано два ключові підходи до інерційного управління: платформний та безплатформний. Платформні системи, засновані на гіростабілізованих платформах, виявилися непрактичними для малих КА через їхню велику вагу, розміри та чутливість до перевантажень. Відповідно, безплатформні інерційні системи (БІС) є алгоритмічним рішенням, де датчики жорстко закріплені на корпусі КА. Їх розвиток став можливим завдяки компактним обчислювальним засобам, що дозволило ефективно обчислювати параметри положення в реальному часі. Для математичного опису обертання в БІС використовуються матриці обертання, кути Ейлера та кватерніони.

На основі вимірюваних параметрів БІС класифікують на три типи, критично оцінюючи доцільність кожного. Система, що вимірює виключно лінійні прискорення, визнана непрактичною. Процес інтегрування для отримання кутового положення призводить до швидкого накопичення похибки, яка за лічені хвилини досягає неприйнятних значень. Таке заключення обґрунтовує необхідність використання датчиків, які вимірюють не лише лінійні, а й кутові параметри. Системи, що вимірюють лінійні прискорення та кутові швидкості, визначені як найбільш логічний і перспективний варіант. Вони забезпечують необхідну стійкість обчислювального процесу, запобігаючи швидкому дрейфу, характерному для систем, що базуються лише на інтегруванні прискорень. Системи, які вимірюють кути Ейлера за допомогою вільних гіроскопів, розглядаються як проміжний, гібридний варіант між платформними та безплатформними рішеннями, але вони мають обмеження щодо допустимих кутів та перевантажень.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що сучасні БІС, попри додаткові виклики, пов'язані з мінімізацією обчислювальних похибок, мають переваги над платформними системами завдяки вищій надійності, можливості використання точніших датчиків з меншим дрейфом та відповідності суворим вимогам щодо ваги та габаритів. З урахуванням цього, для створення системи стабілізації, яка ефективно працює з малими КА, найбільш виправданим є підхід, заснований на вимірюванні як лінійних прискорень, так і кутових швидкостей. Це рішення представляє оптимальний баланс між можливостями обчислювальної техніки та вимогами до точності управління.

Ключові слова: управління, безплатформна інерційна система, система орієнтації, система стабілізації, космічний апарат.

Постановка проблеми. При виведенні на орбіту для будь якого космічного апарату як правило одразу намагаються забезпечити його вірну орієнтацію. Однак, навіть при успішному вирішенні цього завдання, в наслідок впливу різного роду збурень, через незначний проміжок часу вже потрібно здійснювати корегування його орієнтації.

Для орієнтації та стабілізації просторового положення космічних апаратів використовують активні та пасивні методи [1].

Якщо місія космічного апарату не передбачає істотних змін його орбітального розташування, цілком достатнім буде застосування лише пасивних методів.

Однак практика показує, що забезпечити орієнтацію та стабілізацію не можливо без застосу-

вання активних методів, які передбачають використання двигунів-маховиків, систем моментного магнітоприводу, двигунів, що працюють за реактивним принципом [2, 3].

Вихідними даними для роботи систем орієнтації та стабілізації є інформація, яка зазвичай отримується від інерційних систем.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Інерційні системи будуються на базі датчиків прискорень (акселерометрів), які дозволяють визначати зміну швидкості руху будь-якого тіла. Особливість роботи акселерометра полягає в тому, що за його допомогою можливо визначити лише проєкцію прискорення точки тіла, де встановлений датчик, на власну вісь чутливості. Тому, якщо під впливом деякої сили відбувається прискорений рух об'єкту, і ця сила містить складову, яка виникла за рахунок сили тяжіння, акселерометр не спроможний визначити таку складову, оскільки сила тяжіння одночасно впливає як на нього, так і на сам об'єкт.

Отже, у випадку, коли рух об'єкту відбувається під впливом сили тяжіння, величина прискорення, яку визначає акселерометр, буде не співпадати з реальним значенням і тому одержало назву «уявне прискорення». Якщо виконати інтегрування навігаційного рівняння, на основі вимірюваного значення уявного прискорення можна знайти реальне положення об'єкту відносно центру тяжіння:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = \frac{dU}{dR} + a_k$$

де R – вектор розташування центру маси КА відносно центру тяжіння; a_k – вектор уявного прискорення центру маси КА; U – вектор-потенціал поля тяжіння.

Реалізація процесу управління передбачає наявність відомостей про значення складових вектору a_k , які є трьома ортогональними складовими, а отже, вимагає встановити у центрі маси КА три датчики таким чином, щоб їх вісі чутливості були розташовані взаємно перпендикулярно. Вісі чутливості датчиків потрібно орієнтувати по вісях вектору R . При такому підході вісі *вимірювальної системи* – це вісі чутливості акселерометрів, а базис від якого буде відраховуватись абсолютне значення прискорення – *інерційний координатний базис* – це вісі вектору R . Інерційні вісі КА, залежно від спрямованості вектору швидкості центру маси, обертаються навколо інерційного базису, тобто не співпадають з ним. Для реалізації *інерційного управління*, тобто управління шляхом

вимірювання уявних прискорень, можна використати два підходи: незалежно від руху КА поєднувати інерційний координатний базис з вісями вимірювальної системи; мати відомості про розташування вісей вимірювальної системи відносно інерційного базису впродовж кожного моменту часу. Впровадження другого підходу вимагає аби з вісей вимірювальної системи до вісей інерційного координатного базису відбулось перенесення складових вектору уявного прискорення [4].

В цьому випадку найбільш доречним буде сполучення вісей вимірювальної системи з вісями форми КА.

Отже, інерційне управління можна реалізувати двома шляхами. Перший передбачає використання пристроїв, які зберігають власне розташування щодо інерційного базису, тобто вони не обертаються одночасно з КА, і тому є основою для вимірювальної системи. Другий – перенесення компонентів прискорення, що вимірюються, на вісі інерційного базису, за рахунок використання пристроїв, які забезпечують обчислення параметрів для визначення кутів між вісями цього базису та вимірювальної системи.

Перший шлях може бути реалізований за допомогою приладів, які безпосередньо на КА створюють фізичну модель інерційного базису, тобто передбачає розташування на КА гіростабілізованої платформи. Другий шлях передбачає безплатформний підхід.

Безплатформні системи протягом досить тривалого періоду не знаходили практичного застосування внаслідок відсутності потужних обчислювальних засобів, які б були спроможними здійснювати у реальному масштабі часу обчислення складних рівнянь, які пов'язували між собою дві координатні системи. В той же час відбувався стрімкий розвиток платформ високої точності на базі гіроприладів.

На певному етапі розвитку реалізація систем на основі платформного підходу зіштовхнулась з необхідністю значного збільшення ваго-габаритних показників для забезпечення високої точності та надійності. Такі системи також є досить чутливими до значних перевантажень, які можуть виникати при експлуатації КА. В наш час стрімке збільшення потужності компактних обчислювальних засобів призвело до поширення саме безплатформних інерційних систем (БІС) у випадках, коли до систем управління висуваються жорсткі вимоги щодо ваги та габаритів [4, 5].

Постановка завдання. Безплатформні системи управління КА містять дві підсистеми: наві-

гаційну та стабілізацію. За допомогою першої знаходиться вихідне положення КА та програма переміщення в просторі. Підсистема стабілізації повинна сформувати сигнали управління для реалізації переміщення із заданою точністю. При впливі зовнішніх збурень та внаслідок зміни програми переміщення, можуть виникнути коливання КА. Їх зменшення – також завдання підсистеми стабілізації.

З точки зору застосування теорії автоматичного управління до підсистеми стабілізації, КА є об'єктом управління для якого вона повинна мати математичний опис траєкторії переміщення. Важливо вірно обґрунтувати обрання певного закону управління. Обрані для підсистеми стабілізації КА закони управління повинні забезпечити не лише задану точність та визначений характер перехідного процесу, а також і екстремальне значення деяких визначених критеріїв [4].

При реалізації платформних систем в якості вихідних даних для обчислення сигналів управління виступають кути між елементами інерційного координатного базису та вимірювальної підсистеми, які повинні бути реалізовані фізично. У системах стабілізації безплатформного типу (ССБТ) зв'язок між базисами інерційної та вимірювальної підсистем визначається шляхом обчислень з використанням набору параметрів, які напряду не можуть бути параметрами управління. Отже ССБТ повинні ґрунтуватися на методах, які дозволяють отримати параметри управління в результаті обчислення параметрів зв'язку інерційної та вимірювальної підсистем.

ССБТ мають дві особливості. Перша стосується математичного опису об'єкту управління – рівняння, які описують рух КА повинні містити як параметри, що вимірюються датчиками, так і параметри, які пов'язують інерційну та вимірювальну підсистеми. Друга особливість потребує створення методів, які дозволяють розробляти алгоритми, що є спроможними здійснювати обчислення в реальному масштабі часу параметрів, які зв'язують інерційну та вимірювальну підсистеми, з одночасним моніторингом помилок обчислень.

Розробка ССБТ повинна йти шляхом, який при обранні закону управління дозволяє застосувати відомі та добре розроблені методи управління. Отже потрібно обрати метод, що є спроможним обчислювати сигнали управління для систем, які забезпечують орієнтацію та стабілізацію КА.

Виклад основного матеріалу. Математичний апарат для опису ССБТ передбачає використання

інерційної, зв'язаної, зв'язаної програмної, вимірювальної та швидкісної систем координат [4].

Інерційна система координат – прямокутна система з правою орієнтацією, її початок розташовується у точці, з якої починається рух. В такій системі використовуються наступні позначення: початок системи координат $O_{ин}$, вісі $X_{ин}$, $Y_{ин}$, $Z_{ин}$. Всі вісі є статичними що до навколишнього глобального простору.

Зв'язана система координат – прямокутна система з правою орієнтацією, її початок розташовується у центрі маси КА. Вісі такої системи співпадають з вісями інерції. В такій системі використовуються наступні позначення: початок системи координат O , вісі X , Y , Z .

Зв'язана програмна система координат може бути визначена аналогічно до попередньої системи, але в ній використовується програмне положення вісей інерції. Використовуються наступні позначення: початок системи координат O , вісі X^* , Y^* , Z^* .

Вимірювальна система координат розглядається як копія зв'язаної, яка повернута відносно зміщеного центру. Її позначення: початок системи координат O_I , вісі x_I , y_I , z_I .

Швидкісна система координат – прямокутна система з правою орієнтацією, її початок розташовується у центрі маси КА. Вектор швидкості КА співпадає з однією віссю, якщо через цю вісь провести вертикальну площину, то друга вісь повинна перебувати в ній. Її позначення: початок системи координат O , вісі X_w , Y_w , Z_w .

Параметри кутового положення. Відносне кутове розташування систем координат ССБТ визначається через математичний лінійний оператор у вигляді квадратної матриці:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Ця матриця має такі властивості:

$$\det A = 1, \quad A^T A = A A^T = E$$

Елементи матриці a_{ij} мають індекси, один з яких має відношення до вихідної системи, яка не обертається, інший відноситься до системи, яка є повернутою, він визначає номер певної вісі такої системи. Отже кутове положення однієї системи відносно іншої буде визначеним тоді, коли є заданими елементи матриці A .

Геометрична інтерпретація параметрів a_{ij} відповідає косинусам кутів, під якими розташовані вісі базисів, що розглядаються.

Елементи матриці A , які відображають зв'язок вимірювальної та інерційної систем позначимо

λ_{ij} , швидкісної та інерційної систем – μ_{ij} , а вимірювальної та швидкісної – μ_{ij}^* .

Для зв'язаної програмної системи елементи матриці A позначаються μ_{ij}^* та μ_{ij} .

Якщо врахувати позначення, які введені, можна записати наступний вираз:

$$\varepsilon = \lambda \mu^T \quad (1)$$

Через інші параметри обертання виражають напрямні косинуси a_{ij} . На практиці у ССБТ найбільш поширено застосовують кути Ейлера, які відображаються за допомогою трьох показників, та параметри Ейлера, які відображаються за допомогою чотирьох показників.

Кути Ейлера отримують наступним чином. Для певної прямокутної координатної системи, яка зображена на рис. 1, задають початкове положення $x_0 y_0 z_0$. Якщо здійснити три послідовні обертання, можна отримати нове положення такої системи, а саме:

- навколо вісі Z повернути на кут Ейлера θ ;
- позначити нове положення вісі Y через Y' та повернути навколо нього на кут Ейлера ψ ;
- повороту навколо останнє положення вісі X позначити через X'' та повернути навколо нього на кут Ейлера γ .

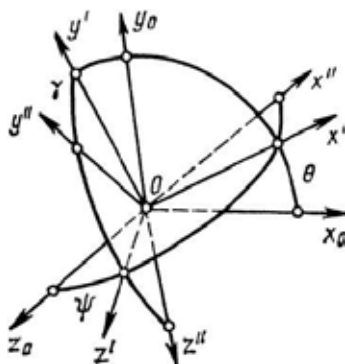


Рис. 1. Кути Ейлера

Для позитивних напрямків вісей обертання праворуч визначаються наступними матрицями:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}; \quad A_2 = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix};$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

В тривимірному просторі матрицю довільного обертання $A(\theta, \psi, \gamma)$ можна знайти як добуток

матриць A_i з урахуванням кількості можливих перекомпонувальних. Отже в подальшому будемо використовувати матрицю:

$$A(\theta, \psi, \gamma) = A_3(\theta) A_2(\psi) A_1(\gamma) \quad (3)$$

Введемо позначення кутів Ейлера між наступними системами:

- інерційна та вимірювальна – $\theta_1, \psi_1, \gamma_1$;
- інерційна та швидкісна – $\theta_c, \psi_c, \gamma_c$;
- швидкісна і вимірювальна – α, β, δ .

Кути в зв'язній програмній системі мають позначення:

$$\theta_1^*, \psi_1^*, \gamma_1^*, \alpha^*, \beta^*.$$

Параметри Ейлера геометрично визначаються за допомогою трьох напрямних косинусів, які відображають розташування певної вісі обертання відносно стаціонарного базису, а також кута повороту навколо цієї вісі системи, що може рухатися. Параметри Ейлера пов'язані з компонентами лінійного оператора a_{ij} такими виразами:

$$A = \cos e_4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + (1 - \cos e_4) \begin{pmatrix} e_1^2 & e_1 e_2 & e_1 e_3 \\ e_2 e_1 & e_2^2 & e_2 e_3 \\ e_3 e_1 & e_3 e_2 & e_3^2 \end{pmatrix} +$$

$$+ \sin e_4 \begin{pmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Теж саме в неявній формі

$$e_1 = \frac{a_{23} - a_{32}}{2 \sin e_4}; \quad e_2 = \frac{a_{31} - a_{13}}{2 \sin e_4};$$

$$e_3 = \frac{a_{12} - a_{21}}{2 \sin e_4}; \quad \cos e_4 = \frac{1}{2} [\text{Tr} A - 1],$$

$e_i (i = 1, 2, 3, 4)$ – параметри Ейлера.

Використання формул (4) для здійснення обчислень через їх високий рівень складності не є раціональним. З практичної точки зору доцільно оперувати нормованими параметрами Ейлера-Родригеса $\varrho_i (i = 1, 2, 3, 4)$, які пов'язані з параметрами Ейлера наступним чином:

$$e_1 = \frac{\varrho_1}{\sqrt{1 - \varrho_4^2}}; \quad e_2 = \frac{\varrho_2}{\sqrt{1 - \varrho_4^2}}; \quad e_3 = \frac{\varrho_3}{\sqrt{1 - \varrho_4^2}};$$

$$e_4 = \arccos(2\varrho_4^2 - 1);$$

$$\varrho_1 = e_1 \sqrt{\frac{1 - \cos e_4}{2}}; \quad \varrho_2 = e_2 \sqrt{\frac{1 - \cos e_4}{2}};$$

$$\varrho_3 = e_3 \sqrt{\frac{1 - \cos e_4}{2}}; \quad \varrho_4 = \sqrt{\frac{1 + \cos e_4}{2}};$$

де застосоване співвідношення $\sum_{i=1}^{i=4} \varrho_i^2 = 1$.

Кватерніон ϱ можна записати так:

$$\varrho = \varrho_1 i + \varrho_2 j + \varrho_3 k + \varrho_4 = (\varrho_4 + i \varrho_1) + (\varrho_2 + i \varrho_3) j,$$

де ϱ_i – дійсні числа, а i, j, k – компоненти базису кватерніонів, для яких застосовуються наступні правила множення:

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1; \quad ki = -ik = j; \quad jk = -kj = i;$$

$$ij = -ji = k.$$

Пов'язаний кватерніон можна записати $\varrho' = -\varrho_1 i - \varrho_2 j - \varrho_3 k + \varrho_4$,

Тоді одержимо:

$$|\varrho|^2 = \varrho' \varrho = \varrho \varrho' = \varrho_1^2 + \varrho_2^2 + \varrho_3^2 + \varrho_4^2 = 1;$$

$$\varrho^{-1} = \varrho'.$$

Напрямні косинуси λ_{ij} і параметри Ейлера-Родригеса ϱ_i мають наступний зв'язок:

$$\lambda_{11} = \varrho_1^2 - \varrho_2^2 - \varrho_3^2 + \varrho_4^2; \quad \lambda_{12} = 2(\varrho_1 \varrho_2 - \varrho_3 \varrho_4);$$

$$\lambda_{13} = 2(\varrho_1 \varrho_3 - \varrho_2 \varrho_4); \quad \lambda_{21} = 2(\varrho_1 \varrho_2 + \varrho_3 \varrho_4);$$

$$\lambda_{22} = -\varrho_1^2 + \varrho_2^2 - \varrho_3^2 + \varrho_4^2; \quad \lambda_{23} = 2(\varrho_2 \varrho_3 - \varrho_1 \varrho_4);$$

$$\lambda_{31} = 2(\varrho_1 \varrho_3 + \varrho_2 \varrho_4); \quad \lambda_{32} = 2(\varrho_2 \varrho_3 + \varrho_1 \varrho_4);$$

$$\lambda_{33} = -\varrho_1^2 - \varrho_2^2 + \varrho_3^2 + \varrho_4^2; \quad (5)$$

$$\varrho_1 = \frac{1}{2}(1 + \lambda_{11} - \lambda_{22} - \lambda_{33})^{\frac{1}{2}};$$

$$\varrho_2 = \frac{1}{2}(1 - \lambda_{11} + \lambda_{22} - \lambda_{33})^{\frac{1}{2}};$$

$$\varrho_3 = \frac{1}{2}(1 - \lambda_{11} - \lambda_{22} - \lambda_{33})^{\frac{1}{2}};$$

$$\varrho_4 = \frac{1}{2}(1 + \lambda_{11} + \lambda_{22} + \lambda_{33})^{\frac{1}{2}}.$$

Ортонормований кватерніонний базис при представленні векторів і обертань являє собою комплексні матриці (2×2) :

$$S_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad S_2 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}; \quad S_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Алгебра кватерніонів для дійсних коефіцієнтів $h_k \equiv \varrho_i$ може бути отримана при таких правилах множення породжуючих:

$$S_1^2 = S_2^2 = S_3^2 = E; \quad S_1 S_3 = -S_3 S_1 = i S_2;$$

$$S_2 S_3 = -S_3 S_2 = -S_1; \quad S_1 S_2 = -S_2 S_1 = -i S_3.$$

При використанні комплексно-сполучених параметрів, які називають параметри Келі-Клейна, комплексні матриці стають ефективними в найбільшому ступені. Таки параметри відображаються за допомогою кутів Ейлера через наступну матрицю $A(\vartheta, \nu, \varphi) = A_3(\varphi) A_2(\nu) A_3(\vartheta)$:

$$A(\vartheta, \nu, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^*$$

$$* \begin{pmatrix} \cos \nu & 0 & \sin \nu \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \nu & 0 & \cos \nu \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta & 0 \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Параметри Келі-Клейна формують матрицю (2×2)

$$U(\vartheta, \nu, \varphi) = \begin{pmatrix} a & b \\ -\bar{b} & \bar{a} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\text{де } a = e^{-\frac{\vartheta+\varphi}{2}} \cos \frac{\nu}{2}; \quad b = e^{i\frac{\vartheta-\varphi}{2}} \sin \frac{\nu}{2}; \quad |a|^2 + |b|^2 = 1$$

(a і b – параметри Келі-Клейна).

Отже, для визначення в просторі відносного кутового положення пари систем координат, достатньо аби були заданими набори параметрів, які описані [4].

Відомості щодо параметрів кутового руху КА можна одержати в формі прискорення точки, де встановлений вимірювальний прилад, або у вигляді інтегралу такого прискорення. Джерелом таких відомостей можуть бути різного роду датчики. Зауважимо, що на об'єкті, що рухається і який не пов'язаний з іншими тілами, є можливість вимірювання виключно прискорення. Решта величин, які вимірюються датчиками, визначаються інтегралами від прискорення. Тому при визначенні загального вигляду функціональної схеми ССБТ, залежно від того, які величини вимірюються, а які обчислюються, доречно її розділити на три варіанти:

– системи, в яких відбувається вимірювання виключно лінійних прискорень, а решта параметрів обраховуються;

– системи, в яких відбувається вимірювання лінійних параметрів та кутових швидкостей;

– системи, в яких відбувається вимірювання різномісних параметрів, в тому числі і кутів Ейлера.

Системи, в яких відбувається вимірювання лінійних прискорень, для обрахунку показників кутового розташування КА, використовують значення кутової швидкості по відношенню до інерційного базису. Вона задається проекціями

на вісі або інерційного базису або вимірювальної системи. Приріст кутової швидкості будь-якого об'єкту по відношенню до вісі обертання можна визначити наступним чином:

$$\omega_{ik} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{a_{1i} - a_{2i}}{l_i} dt$$

де ω_{ik} – зміна кутової швидкості впродовж проміжку часу $t_k - t_{k-1}$ по відношенню до i -ї вісі; l_i – відстань між двома різними точками, для яких вимірюється прискорення; a_{ji} – прискорення, що вимірюються в двох точках об'єкту.

В наслідок того, що l_i є постійною величиною, величина приросту кутової швидкості ω_{ik} буде пропорційно пов'язана з різницею значень, що видають вимірювачі прискорення з інтегральним виходом. Похибка масштабного коефіцієнта таких акселерометрів знаходиться в межах 0,001% [6]. За таких умов для $l_i = 1$ м за один крок обчислення похибка розрахунку кутової швидкості буде дорівнювати 10^{-4} c^{-1} . Це означає, що для кроку обчислення в 0,1 с, вже за декілька хвилин похибка досягне неприйнятних значень. Тому системи, в яких відбувається вимірювання виключно лінійних прискорень, не можуть бути застосовані.

Системи, в яких відбувається вимірювання лінійних параметрів та кутових швидкостей, мають певну особливість. Вона полягає в тому, що датчики, які призначені для вимірювання як лінійних прискорень так і кутових швидкостей, насправді надають можливість отримати відомості лише стосовно приросту інтегралів цих величин. Однак лінійні прискорення та кутові швидкості за фізичною сутністю є більш змістовними показниками. Для врахування зазначеної особливості можна використати два підходи.

При реалізації першого, конфігурацію математичного апарату здійснювати одночасно як для безпосереднього так і для інтегрального способів отримання відомостей від вимірювальної системи. Для другого – прийняти, що відомості стосовно параметрів руху можна отримати безпосередньо в їх розмірності, а майже інтегральні властивості для них врахувати при створенні чітко визначених алгоритмів конструювання інерційного координатного базису (ІКБ).

Для здійснення обрахунків параметрів переміщення КА потрібно мати відомості щодо вектору прискорення центру ваги КА, а також щодо вектору кутової швидкості обертання навколо центру ваги. Тому до складу системи вимірювання необхідно аби входило не менше трьох пристроїв

визначення лінійних прискорень та три вимірювачі кутової швидкості.

В системах, які передбачають вимірювання кутів Ейлера, їх визначення відбувається від інерційного базису, що передбачає його обов'язкове моделювання. В підсумку, для отримання складових вектору швидкості потрібно здійснювати перерахунок результатів, які отримані при використанні зв'язаної координатної системи, до ІКБ.

В таких системах складові a_{ij} матриці A можна знайти гуртуючись на безпосередньому вимірюванні кутів Ейлера. Обчислення складових a_{ij} матриці A можна здійснювати за допомогою виразів (2) та (3) за умови того, розташування вісей вимірювальної гіроскопічної системи здійснено так, що гіроскопічні кути співпадають з деякою сукупністю кутів Ейлера. У такій ситуації послідовність множення матриць A_i чітко залежить від початкової орієнтації вісей гіроскопічної системи. Отже, якщо початкове розташування вісей вимірювальної системи є таким, як це зображено на рис. 2, то можна отримати потрібні співвідношення шляхом використання матриці типу (3):

$$\theta_{1r} = \theta_1; \psi_{1r} = \psi_1; \gamma_{1r} = \gamma_1; \quad (8)$$

де для позначення гіроскопічних кутів використовується індекс «г». Основною перевагою цієї системи в порівнянні з попередніми є зменшення витрат на виконання обчислень, які здійснюються під час побудови інерційного базису. Водночас вагомим недоліком є обмеження щодо припустимих кутів повороту та перевантажень через наявність вільних гіроскопів у системі орієнтації КА. Система, яка працює з вимірюванням кутів Ейлера, може розглядатися як проміжний варіант між платформними та безплатформними системами. У разі наявності фізичних моделей інерційного базису на борту її можна класифікувати як звичайну інерційну систему, а за характером розташування акселерометрів – як безплатформну.

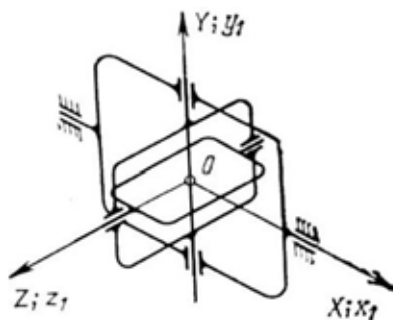


Рис. 2. Розташування вісей вимірювальної гіроскопічної системи

Розвиток інерційних систем управління зводить переваги безплатформних інерційних систем до мінімуму. У порівнянні з платформними системами, БІС забезпечують вищу надійність та можливість використовувати акселерометри більших розмірів і мас. Проте значним недоліком є потреба у потужному обчислювальному пристрої, що підвищує загальну похибку побудови інерційного базису.

Висновки. Виходячи з того, що відхилення сучасних гіроплатформ визначаються похибками датчиків кутової швидкості, можна стверджувати, що похибка обчислення кутового положення інерційного базису (у разі відсутності

обчислювальних помилок) відповідає рівню відхилення стабілізованих платформ. У БІС, окрім звичних для інерційних систем проблем зі зменшенням дрейфу, виникає задача мінімізації похибок обчислення під час аналітичної побудови базису. Хоча нові похибки обчислень є додатковим фактором, вони компенсуються значними можливостями щодо зменшення дрейфу завдяки використанню датчиків з більшою масою та габаритами.

Отже для створення системи стабілізації КА та для отримання керуючої інформації логічним є використання системи, яка вимірює лінійні прискорення та кутові швидкості.

Список літератури:

1. Ігнатенко В. В. Управління рухом і стабілізація супутників. Дніпро: ДНУ, 2017. 298 с.
2. Явіся В.С., Явіся Д.В. Аналіз способів отримання даних для систем керування положенням нано-супутника // Чотирнадцята міжнародна науково-технічна конференція «Перспективи телекомунікацій». Матеріали конференції. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського. – 2020. – С. 285–288. ISSN (print) 2663-502X, ISSN (online) 2664-3057.
3. Monitoring System and Fixed Communication on the Basis of Nanosatellites. Lysenko, A., Yavisya, V., Alekseeva, I., Tureichuk, A. 2018 International Scientific-Practical Conference on Problems of Infocommunications Science and Technology, PIC S and T 2018 – Proceedings, 2019, pp. 495–498, 8632097. DOI: 10.1109/INFOCOMMST.2018.8632097.
4. Гнатюк В. В. Системи стабілізації літальних апаратів на основі безплатформних інерційних навігаційних комплексів. Харків: ХАІ, 2020. 275 с.
5. Шмідт О. Ю. Системи стабілізації супутників: принципи побудови та функціонування. Львів: Видавництво ЛНУ, 2020. 270 с.
6. Коваленко І. П. Алгоритмічні методи зменшення похибок в інерціальних системах навігації. Дніпро: ДНУ, 2019. 280 с.

Yavisya V.S., Guida O.H. WAYS OF OBTAINING INFORMATION FOR SPATIAL POSITION CONTROL SYSTEMS OF SPACECRAFT

The article analyzes methods for controlling the orientation and stabilization of small spacecraft with strict weight and size limitations. To this end, two key approaches to inertial control are analyzed: platform-based and platform-free. Platform systems based on gyro-stabilized platforms have proven impractical for small spacecraft due to their heavy weight, size, and sensitivity to overload. Accordingly, platformless inertial systems are an algorithmic solution where sensors are rigidly fixed to the spacecraft body. Their development was made possible by compact computing devices, which allowed for the efficient calculation of position parameters in real time. Rotation matrices, Euler angles, and quaternions are used for the mathematical description of rotation in platformless inertial systems.

Based on the measured parameters, the authors classify platform-free inertial systems into three types, critically assessing the feasibility of each. A system that measures only linear acceleration is considered impractical. The integration process for obtaining the angular position leads to a rapid accumulation of error, which reaches unacceptable values in a matter of minutes. This conclusion justifies the need to use sensors that measure not only linear but also angular parameters. Systems that measure linear acceleration and angular velocity are considered the most logical and promising option. They provide the necessary stability of the calculation process, preventing the rapid drift characteristic of systems based solely on acceleration integration. Systems that measure Euler angles using free gyroscopes are considered an intermediate, hybrid option between platform and non-platform solutions, but they have limitations in terms of permissible angles and overloads.

In summary, it can be argued that modern platform-free inertial systems, despite the additional challenges associated with minimizing computational errors, have advantages over platform-based systems due to their higher reliability, the ability to use more accurate sensors with less drift, and compliance with strict weight and size requirements. With this in mind, the most justified approach to creating a stabilization

system that works effectively with small spacecraft is one based on measuring both linear accelerations and angular velocities. This solution represents the optimal balance between computing capabilities and control accuracy requirements.

Key words: *control, platform-free inertial system, orientation system, stabilization system, spacecraft.*

Дата надходження статті: 14.08.2025

Дата прийняття статті: 28.08.2025

Опубліковано: 27.10.2025